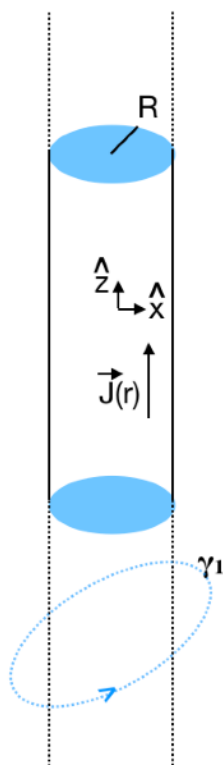
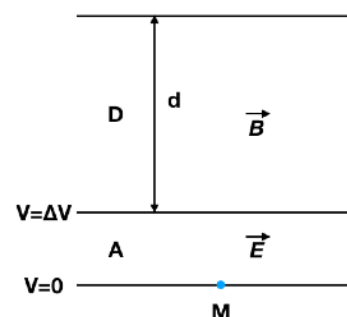


Scritto n.85 - a.a. 2025-2026

Quesito 1

Una particella di carica $q < 0$ e di massa M , inizialmente ferma, attraversa la regione (A) compresa tra due elettrodi piani paralleli tra i quali c'è una differenza di potenziale di ΔV ed entra in una regione (D) estesa per una profondità d in cui c'è un campo magnetico uniforme in direzione perpendicolare (entrante) alla direzione del campo elettrico che la ha accelerata. Discutere quale sarà il moto della particella in funzione di d e ΔV , assumendo il modulo di B fissato.



Quesito 2

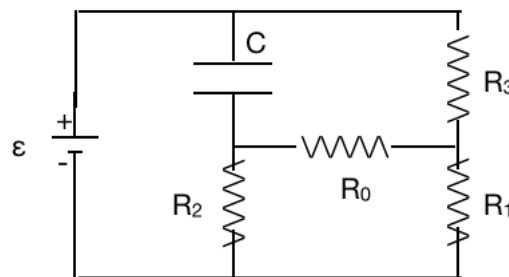
In un cilindro di lunghezza L e raggio R , con $L \gg R$, scorre una densità di corrente uniforme $\vec{J}(r) = J_0 \hat{z}$, dove l'asse z coincide con l'asse del cilindro. Calcolare il campo magnetico in un punto a distanza $r = R/2$ dall'asse del cilindro e in un punto a distanza $r = (3/2)R$.

Si calcoli il flusso del campo magnetico concatenato con il circuito circolare γ_1 in figura che ha centro sull'asse della distribuzione di corrente.

Come cambia il campo magnetico all'interno e all'esterno della distribuzione se la densità di corrente ha l'andamento funzionale $\vec{J}(r) = J_0 \frac{r}{R} \hat{z}$?

Quesito 3

a) Determinare la d.d.p. ε prodotta dal generatore sapendo che nel circuito a regime si osserva una differenza di potenziale pari a 20 V ai capi del condensatore di capacità $C = 1 \text{ nF}$. Si assumano i seguenti valori delle resistenze presenti nel circuito:
 $R_0 = 500 \, \Omega$, $R_2 = 250 \, \Omega$, $R_1 = 1000 \, \Omega$, $R_3 = 500 \, \Omega$.



b) Assumendo che lo spazio tra le armature del condensatore sia vuoto e sapendo che le armature piane e parallele distano 1 mm, si calcoli l'area delle armature, il valore del campo elettrico all'interno del condensatore e l'energia elettrostatica immagazzinata. Infine, si scriva l'equazione del circuito di scarica del condensatore che si ottiene se ad un certo istante di tempo t_0 il ramo del generatore viene interrotto. Si risolva l'equazione e si determini quanta energia è dissipata nel resistore 3.

Quesito 4

Si discuta **solo uno** degli argomenti elencati:

- 1) Il metodo delle cariche immagine; definizione del problema e discussione di un esempio.
- 2) Il problema generale dell'elettrostatica e le equazioni di Laplace e Poisson.

RICORDA:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{F/m};$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m},$$

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$$

$$|e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}, m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}, m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{Kg}, M_{\text{He}} \approx 4 m_p$$

Campo $\vec{E}$ prodotto da una carica puntiforme: $\frac{kq}{r^2} \hat{r}$

Campo $\vec{E}$ prodotto da un dipolo: $\vec{E}(r, \theta) = k \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5};$

Campo $\vec{B}$ prodotto da un dipolo magnetico: $\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5};$

Potenziale di dipolo $\varphi(r, \theta) = k \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3}$

Formule di Laplace: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J} \wedge \vec{r}}{r^3} dV; \quad d\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B} dV$

Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) \hat{x} +$ $\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \hat{y} +$ $\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \hat{z}$	$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \hat{\phi} +$ $\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(r A_\phi)\right) \hat{\theta} +$ $\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right) \hat{\phi}$
Laplaciano $\nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial f}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\nabla^2 \mathbf{A}$	$\nabla^2 A_x \hat{x} + \nabla^2 A_y \hat{y} + \nabla^2 A_z \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\rho} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi}\right) \hat{\phi} +$ $(\nabla^2 A_z) \hat{z}$	$\left(\nabla^2 A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{r} +$ $\left(\nabla^2 A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}\right) \hat{\theta} +$ $\left(\nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right) \hat{\phi}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\phi \hat{\phi} + dz \hat{z}$	$d\mathbf{l} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} = dydz \hat{x} +$ $dx dz \hat{y} +$ $dx dy \hat{z}$	$d\mathbf{S} = \rho d\phi dz \hat{\rho} +$ $d\rho dz \hat{\phi} +$ $\rho d\rho d\phi \hat{z}$	$d\mathbf{S} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} +$ $r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} +$ $r dr d\theta \hat{\phi}$
Volume infinitesimo	$dv = dx dy dz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$